

Bài 5. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI (tiếp)

II. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Phương pháp giải:

- +) B1: *Biến đổi (nếu cần) đưa VP = 0, VT = tích thương các nhị thức bậc nhất, Tam thức bậc hai. Tìm nghiệm các NTBN, TTB2*
- +) B2: *Lập bảng xét dấu vế trái bpt (Làm tương tự như xét dấu biểu thức)*
- +) B3: *Kết luận theo yêu cầu bpt*

Ví dụ : Giải các bất phương trình sau:

$$a) (x^2 - 4x + 4)(-3x^2 - x + 4) < 0$$

$$b) \frac{(3 - 2x)(2x^2 - 5x + 2)}{(x^2 - 6x + 9)(x^2 + x + 7)} \leq 0$$

$$c) \frac{1}{x - 2} \geq \frac{2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$$

$$d) \frac{(3 - x)^5 (x^2 - 6x + 9)(2 - x)^2}{(x - 1)^5 (5 - x)^7} < 0$$

$$a) (x^2 - 4x + 4)(-3x^2 - x + 4) < 0$$

Giải

$$a) (x^2 - 4x + 4)(-3x^2 - x + 4) < 0$$

$$\text{Cho } x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (Nghiem kép)} \quad (a=1>0)$$

$$-3x^2 - x + 4 \Leftrightarrow x = 1; x = -4/3 \quad (a=-3<0)$$

BXD $A < 0$

x	$-\infty$	$-4/3$		1		2	$+\infty$
VT	-	0	+	0	-	0	-

$$\text{Vậy } S = (-\infty; -4/3) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$$

$$\text{b) } \left| \frac{(3-2x)(2x^2-5x+2)}{(x^2-6x+9)(x^2+x+7)} \right| \leq 0$$

$$\text{Cho } 3-2x=0 \Leftrightarrow x=3/2 \quad (a=-2<0)$$

$$2x^2-5x+2 \Leftrightarrow x=2; x=1/2 \quad (a=2>0)$$

$$x^2-6x+9 \Leftrightarrow x=3 \text{ (Nghiem kép)} \quad (a=1>0)$$

$$x^2+x+7 \Leftrightarrow \text{PTVN} \quad (a=1>0)$$

BXD $A<0$

x	$-\infty$	$1/2$		$3/2$		2		3		$+\infty$
VT	+	0	-	0	+	0	-		-	

$$\text{Vậy } S = [1/2; 3/2] \cup [2; 3) \cup (3; +\infty)$$

$$c) \frac{1}{x-2} \geq \frac{2x-3}{x^2-5x+6} \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{2x-3}{x^2-5x+6} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-5x+6-(2x-3)(x-2)}{(x-2)(x^2-5x+6)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-5x+6-(2x^2-4x-3x+6)}{(x-2)(x^2-5x+6)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+2x}{(x-2)(x^2-5x+6)} \geq 0$$

Cho $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 2; x = 0$ ($a = -1 < 0$)

$x - 2 \Leftrightarrow x = 2$ ($a = 1 > 0$)

$x^2 - 5x + 6 \Leftrightarrow x = 2; x = 3$ ($a = 1 > 0$)

BXD $A < 0$ ($x=2$ xuất hiện 3 lần $\Rightarrow$ nghiệm bội lẻ)

x	$-\infty$	0		2		3	$+\infty$
VT	+	0	-	 	+	 	-

Vậy $S = (-\infty; 0] \cup (2; 3)$

$$d) \frac{(3-x)^5(x^2-6x+9)(2-x)^2}{(x-1)^5(5-x)^7} < 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cho } (3-x)^5 \Leftrightarrow 3-x=0 \Leftrightarrow x=3 \text{ (nghiệm bội 5)} \quad (a < 0) \\ x^2-6x+9=0 \Leftrightarrow x=3 \text{ (Nghiem kép)} \quad (a > 0) \end{array} \right\} \Rightarrow x=3 \text{ là nghiệm bội 7}$$

$$(2-x)^2 \Leftrightarrow 2-x=0 \Leftrightarrow x=2 \text{ (Nghiem kép)} \quad (a > 0)$$

$$(x-1)^5 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ (nghiệm bội 5)} \quad (a > 0)$$

$$(5-x)^7 \Leftrightarrow 5-x=0 \Leftrightarrow x=5 \text{ (nghiệm bội 7)} \quad (a < 0)$$

BXD $A > 0$

x	$-\infty$	1	2	3	5	$+\infty$			
VT	-		+	0	+	0	-		+

Vậy $S = (-\infty; 1) \cup (3; 5)$

BÀI TẬP ÁP DỤNG 2

$$1) (5 - 2x)(3x^2 - 10x + 3) \geq 0$$

$$3) \frac{(2-x)(x^2+3x+9)}{x^2-5x+6} \leq 0$$

$$5) \frac{(2x^2-x-1)(3x^2-5x)}{x^2-10x+25} \leq 0$$

$$7) \frac{(2x-3)(\sqrt{3}x^2-6x+20)}{x^2-5x+6} \leq 0$$

$$9) \frac{(x^2-8x+15)(-x^2-3x-10)}{16-x^2} > 0$$

$$11) (x^3-8)(-x^2+5x-6) \geq 0$$

$$13) \frac{(x^3+1)(-x^2+5x+6)}{(2-x)(3x^2-12)} \leq 0$$

$$2) (x^2-4x+4)(-3x^2-x+4) < 0$$

$$4) \frac{2x-5}{x^2-6x-7} \leq \frac{1}{x-3}$$

$$6) \frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x-1}{x^3+1}$$

$$8) \frac{x^2-5x+1}{2-3x} \leq x-2$$

$$10) \frac{4-x}{x-5} \geq \frac{1}{1-x}$$

$$12) (x^2+4x-12)(\sqrt{6}x^3+3x^2+\sqrt{7}x) < 0$$

$$14) \frac{1}{3x-x^2-2} \geq \frac{3}{7x-4-3x^2}$$

III. Giải hệ bất phương trình

Phương pháp: *Thông thường ta giải hệ gồm 2 bpt:*

$$\left\{ \begin{array}{l} bpt(1) \Rightarrow S_1 \\ bpt(2) \Rightarrow S_2 \end{array} \right\} \Rightarrow S = S_1 \cap S_2$$

Ví dụ: Giải hệ bpt sau:
$$\begin{cases} (x^2 - 6x + 5)(x - 4) < 0 & (1) \\ \frac{(3 - x)(x^2 + 3x + 9)}{x^2 - 2x + 1} \geq 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1): Cho $x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 3; x = 2$

$$x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

BXD $A > 0$

x	$-\infty$	2	3	4	$+\infty$		
VT	-	0	+	0	-	0	+

$$\Rightarrow S_1 = (-\infty; 2) \cup (3; 4)$$

Giải (2): Cho $3 - x = 0 \Leftrightarrow x = 3; x^2 + 3x + 9 = 0 \Leftrightarrow PTVN$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (Nghiem kép)}$$

BXD $A < 0$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
VT	+		+	0 -

$$\Rightarrow S_2 = (-\infty; 1) \cup (1; 3]$$

$$\text{Vậy } S = S_1 \cap S_2 = (-\infty; 1) \cup (1; 2)$$

BÀI TẬP ÁP DỤNG 3

$$1) \begin{cases} (2x+3)(x^2-4) < 0 \\ \frac{(2x-4)(x^2-3x)}{x-1} \geq 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (2x+1)(5-2x^2) \leq 0 \\ \frac{(3x+4)(x^2+2x+7)}{2-x} > 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (2x-x^2)(2x^2+2x+5) \geq 0 \\ \frac{(x^2-6x+9)(1-x)}{(x-4)} < 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (x^2-5x+6)(x-1) < 0 \\ \frac{(2-3x)(x^2+2x+5)}{x} \geq 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} (x^2+1)(x-4) < 0 \\ \frac{-2x^2+x-6}{(2x-1)(x-3)} \geq 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (x^2-8x+16)(3-x) < 0 \\ \frac{(x+1)(x^2+2x+5)}{x-1} \geq 0 \end{cases}$$

BÀI TẬP TỔNG HỢP:

Bài 5. Dấu của tam thức bậc 2 (Bài 1 → Bài 3) trong Đề Cương trang 17